

5. Übungsblatt

Ausgabe: 23. Juni 2008
Besprechung: 27. Juni 2008

1. Aufgabe: Vorlesungsnachtrag

- (a) In der Vorlesung wurde zum Testen auf Aufwärtsplanarität ein Flussnetzwerk $N_{\mathcal{F},f_0}(D)$ definiert mit Knotensaldi:

$$b(q) = \begin{cases} 1 & \text{falls } q \text{ Quelle oder Senke} \\ -(A(q) - 1) & \text{falls } q \in \mathcal{F} \setminus \{f_0\} \\ -(A(q) + 1) & \text{falls } q = f_0 \end{cases} \quad (1)$$

Zeigen Sie, dass $N_{\mathcal{F},f_0}(D)$ ein Flussnetzwerk ist, also dass $\sum_q b(q) = 0$.

- (b) Beim Algorithmus zur Konstruktion eines s - t -Graphen wurde ein Verfeinerungsverfahren angegeben. Zeigen Sie, dass das Verfahren folgendes erhält:
1. Planarität
 2. Azyklizität
 3. Bimodalität
- (c) Seien x, y, z die Knoten an der Facette f zur Teilfolge (L, S, S) , die im Verfeinerungsschritt benutzt werden. Zeigen Sie: Entweder haben x und z an f zwei ausgehende und y zwei eingehende Kanten oder x und z haben an f zwei eingehende und y zwei ausgehende Kanten.

2. Aufgabe: “The Berge Mystery Story”

Sechs Besucher waren in der Ausstellung an dem Tag, an dem das Buch gestolen wurde. Jeder von ihnen ist einmal hineingegangen, blieb dort eine Weile und ging wieder hinaus. Waren zwei gleichzeitig in der Ausstellung, so hat mindestens einer von den beiden den anderen gesehen. Polizisten befragten die Besucher und erhielten folgende Aussagen:

Anja sagte, sie habe Boris und Emil gesehen; Boris sagte, er habe Anja und Franz gesehen; Charlotte behauptete, Doris und Franz gesehen zu haben; Doris sagte, sie habe Anja und Franz gesehen; Emil bezeugte, Boris und Carlotte gesehen zu haben; Franz sagte, daß er Charlotte und Emil gesehen habe.

Ein Besucher hat gelogen, warum?

3. Aufgabe: Intervall Graphen und Chordale Graphen

Ein Graph ist *chordal*, wenn jeder Kreis der Länge größer 3 eine Sehne hat. Ein Graph ist *transitiv orientierbar*, wenn man jeder Kante eine Richtung zuordnen kann, so daß der entsprechende gerichtete Graph (V, F) die Eigenschaft

$$(a, b) \in F \wedge (b, c) \in F \implies (a, c) \in F$$

für $a, b, c \in F$ erfüllt.

- Zeigen Sie, daß Intervallgraphen chordal sind.
- Ist jeder chordale Graph auch ein Intervallgraph?
- Zeigen Sie, daß das Komplement eines Intervallgraphen transitiv orientierbar ist.
- Ist jeder transitiv orientierbare Graph das Komplement eines Intervallgraphen?

4. Aufgabe: Confluente Graphen

Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ heißt *confluent*, falls es eine Zeichnung Z mit folgenden Eigenschaften für G gibt:

- Jeder Knoten $v \in V$ entspricht genau einem Punkt v' in Z .
- Jede Kante $e \in E$ wird durch mindestens eine lokal monotone Jordan-Kurve¹ in Z repräsentiert. Umgekehrt muss jede lokal monotone Jordan-Kurve in Z zu einer Kante $e \in E$ korrespondieren. Insbesondere darf die Zeichnung nicht-monotone Jordan-Kurven enthalten, die nicht als Kanten interpretiert werden.
- Zwei lokal monotone Jordan-Kurven dürfen zwar gemeinsame Kurvenstücke besitzen, sich aber nicht schneiden. Die Zeichnung Z ist also planar (vgl. Abbildung 1).

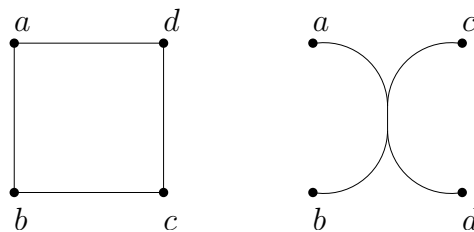


Abbildung 1: Kreis mit 4 Knoten und (eine) confluyente Zeichnung.

Zeigen oder widerlegen Sie:

- $K_{3,3}$ und K_5 sind confluent
- Intervallgraphen sind confluent
- chordale Graphen sind confluent

¹Eine Jordan-Kurve J heißt lokal monoton, falls für jeden Punkt p von J der Winkel zwischen linker und rechter Tangente größer als 90 Grad ist.